



**CEFET-PR**

## DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MECÂNICA APOSTILA DE METROLOGIA

# INCERTEZA E RESULTADO DE MEDIÇÃO

## U e RM

Cid Vicentini Silveira  
**2005**

### 1 OBJETIVOS DESTE CAPÍTULO

- Conceituar a Incerteza de Medição;
- Identificar as fontes que compõem a incerteza de medição;
- Interpretar os resultados dos instrumentos de medição;
- Avaliar a capacidade de um meio de medição e a sua adequação às tolerâncias do processo produtivo.

### 2 DEFINIÇÃO DE INCERTEZA DE MEDIÇÃO

Parâmetro, associado ao resultado de uma medição, que caracteriza a dispersão dos valores que podem ser fundamentalmente atribuídos a um mensurando.

Estimativa caracterizando a faixa dos valores dentro da qual se encontra o valor verdadeiro da grandeza medida.

### 3 FONTES DE INCERTEZA

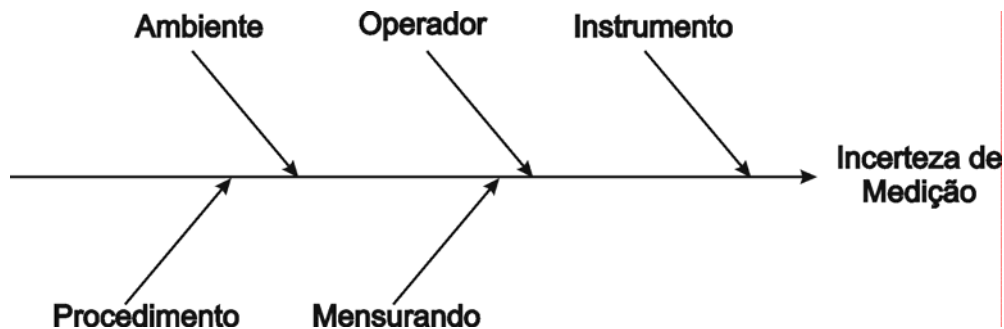
São vários os fatores que geram a incerteza de medição que está presente, em maior ou menor grau, em todas as medições.

Aspectos tecnológicos fazem com que qualquer sistema de medição construído resulte imperfeito: suas dimensões, forma geométrica, material, propriedades elétricas, ópticas e pneumáticas não correspondem exatamente às ideais. As leis e princípios físicos que regem o funcionamento de alguns sistemas de medição nem sempre são perfeitamente lineares como uma análise simplista poderia supor. O desgaste e a deterioração de componentes agravam ainda mais esta condição.

Perturbações externas, como por exemplo as condições ambientais, podem provocar erros, alterando diretamente o sistema de medição ou agindo sobre o mensurando, fazendo com que o comportamento do sistema de medição se afaste ainda mais do ideal. Variações de temperatura provocam dilatações nas escalas de um sistema de medição de comprimento, variações nas propriedades de componentes e circuitos elétricos, que alteram o valor indicado por um sistema de medição. Vibrações ambientais, campos eletromagnéticos, umidade do ar excessiva, diferentes pressões atmosféricas podem, em maior ou menor grau, afetar o sistema de medição.

O operador e a técnica empregada, o uso de força de medição irregular ou excessiva, vícios de má utilização, sistema de medição inadequado, a forma, tamanho ou faixa de medição do sistema de medição também são fontes de erros que contribuem na formação da incerteza.

Outro fator de grande influência é a variação do mensurando (exemplos: A temperatura de um objeto tomada em regiões diferentes do mesmo; o diâmetro de um eixo medido em pontos diferentes).



## 4 OUTRAS DEFINIÇÕES

### 4.1 Erro de medição

O erro de medição é caracterizado como a diferença entre o valor da indicação do sistema de medição e o valor verdadeiro convencional do mensurando, isto é:

$$E = I - VVC$$

- E = erro de medição;
- I = indicação;
- VVC = valor verdadeiro convencional.

É impossível eliminar completamente o E, mas é possível, ao menos, delimitá-lo. Mesmo sabendo da existência do E, é ainda possível obter informações confiáveis da medição, desde que a ordem de grandeza e a natureza deste E sejam conhecidas.

O erro de medição pode ser considerado como composto de três parcelas aditivas:

$$E = E_s + E_a + E_g$$

- E = erro de medição;
- $E_s$  = erro sistemático;
- $E_a$  = erro aleatório;
- $E_g$  = erro grosseiro.

### 4.2 Erro sistemático

Ocorrem quando temos leituras que orbitam em torno de uma média defasada ou afastada de um valor padrão ou esperado. Apesar de os resultados estarem distribuídos em torno da média devido aos erros aleatórios, esta média não corresponde ao valor mais provável.

É a parcela de erro sempre presente nas medições realizadas em idênticas condições de operação.

Exemplos: dispositivo de medição com seu ponteiro torto, onde o erro se repete enquanto o ponteiro estiver torto.

Causas: ajuste, desgaste, fatores construtivos, condições ambientais.

### 4.3 Erro aleatório

É a parcela de erro que surge em função de fatores aleatórios. São provocados por alterações não perceptíveis (ou muito difíceis de registrar com os recursos da técnica de medição) dos aparelhos (atrito, por exemplo), da peça a ser medida, do ambiente (variações de temperatura, por exemplo) e dos observadores. Devido a estes erros, medições repetidas da mesma peça com o mesmo aparelho de medição e operador, e nas mesmas condições, não fornecem resultados idênticos, mas conduzem a uma divergência maior ou menor entre os diferentes valores medidos (dispersão). Os erros acidentais, então, tornam o resultado inseguro.

Causas: folgas, atrito, vibrações, flutuações de tensão elétrica, instabilidades internas, instabilidades ambientais.

#### 4.4 Erro grosseiro

São erros acidentais cuja magnitude ultrapassa um determinado valor, conhecido como erro máximo tolerável. É atribuído ao operador, portanto, se o trabalho de medição for feito com critério, a parcela de erro grosseiro não ocorrerá. Os valores contendo erros grosseiros devem ser eliminados nos cálculos para a determinação do resultado final.

Exemplos: leitura errônea, procedimento de medição incorreto, operação indevida, dano no sistema de medição.

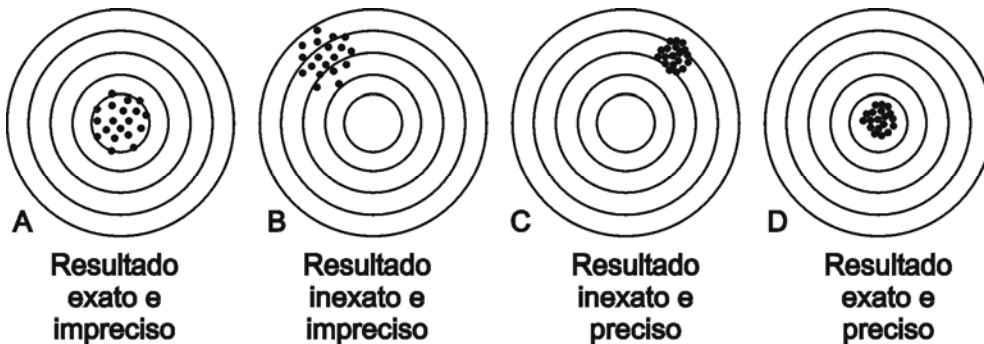
#### 4.5 Exatidão

Grau de concordância entre o resultado de uma medição e o valor verdadeiro do mensurando. Exatidão é um conceito qualitativo.

#### 4.6 Precisão

Grau de concordância entre resultados de teste independentes obtidos sob condições predeterminadas. Precisão é a qualidade que exprime o grau de dispersão dos resultados em torno de um valor central.

### 5 CARACTERIZAÇÃO DOS ERROS EM UM PROBLEMA DE BALÍSTICA



A figura acima exemplifica uma situação onde é possível caracterizar  $E_s$  e  $E_a$ . O objetivo é acertar os projéteis no centro do alvo colocado à mesma distância. Cada pistola tem direito a 15 tiros. Os resultados da prova de tiro das pistolas A, B, C e D estão mostrados nesta mesma figura.

As marcas dos tiros da pistola A se espalharam por uma área relativamente grande em torno do centro do alvo. O espalhamento dos tiros decorre de forma direta do  $E_a$ . A posição média das marcas dos tiros, que coincide aproximadamente com a posição do centro, reflete a influência do erro sistemático. Pode-se então afirmar que a pistola A apresenta elevado nível de erros aleatórios enquanto o erro sistemático é baixo.

Pistola B:  $E_a$  e  $E_s$  grandes;

Pistola C:  $E_a$  pequenos e  $E_s$  grandes;

Pistola D:  $E_a$  e  $E_s$  pequenos.

A pistola C é melhor do que a pistola A porque embora nenhum dos tiros disparados pela pistola C tenha se aproximado do centro do alvo, o seu espalhamento é muito menor. Um pequeno ajuste na mira o trará para uma condição de operação muito próxima à pistola D, o que jamais pode ser obtido com a pistola A.

Tanto em balística quanto nas medições, o  $E_s$  não é um fator tão crítico quanto o  $E_a$ . Por meio de um procedimento adequado é possível determiná-lo de modo satisfatório e efetuar a sua compensação, o que equivale ao ajuste da mira da pistola C. Já o  $E_a$  não pode ser compensado, embora sua influência sobre o valor médio obtido se reduza na proporção de  $\frac{1}{\sqrt{n}}$ , sendo “n” o número de repetições.

### 6 QUANTIFICAÇÃO DOS ERROS DE MEDIÇÃO

$$E = E_s + E_a$$

O conhecimento aproximado do Es e a caracterização da parcela aleatória são sempre desejáveis, pois tornam possível a correção parcial e a delimitação da faixa de incerteza ainda presente no RM. A forma de quantificação destes erros é apresentada a seguir.

Nota-se que quando a medição é repetida várias vezes, o Ea assume tanto valores positivos quanto negativos. De fato, teoricamente, o Ea possui distribuição normal com média zero. Na prática, sua média tende a zero à medida que se aumenta o número de dados observados, uma vez que este tende a distribuir-se de maneira simétrica em valores positivos e negativos.

Desconsiderando o erro grosseiro e assumindo que um número suficientemente grande de medições foi efetuado, a influência do Ea no valor médio das medições tende a ser desprezível. Assim, o valor médio obtido por intermédio de diversas medidas estará afetado pelo Es de modo predominante. Logo, para um dado valor do mensurando, o Es pode ser estimado pela equação, considerando a média de infinitas medições:

$$Es = MII - VVC$$

- Sendo MII = média de infinitas indicações do sistema de medição.

Na prática não dispomos de infinitas medições para calcular os Es de um SM. Dispomos, sim, de um número restrito de medições, geralmente obtidas na calibração do instrumento. Logo, para um SM, o Es calculado com este número restrito de medições é uma estimativa do Es e passará a se chamar Tendência (Td) do instrumento de medição.

$$Td = MI - VVC$$

A Td é estimada pela média das indicações de um número apropriado de medições repetidas (3 a 15 na prática), o que nos leva a associar uma faixa de incerteza à Td (pelo fato de  $n \neq \infty$ ).

O erro aleatório distribui-se em torno do valor médio das indicações. É possível isolar seu valor individual para uma determinada medição através de:

$$Ea = I - MI$$

- Ea = erro aleatório (instantâneo) de uma indicação do SM;
- MI = média das indicações.

O valor instantâneo do erro aleatório tem pouco ou nenhum sentido prático, uma vez que é sempre variável e imprevisível.

A caracterização do Ea é efetuada por meio de procedimentos estatísticos. Sobre um conjunto finito de valores de indicações obtidas nas mesmas condições e do mesmo mensurando, determina-se o desvio padrão experimental, que, de certa forma, está associado à magnitude do erro aleatório.

## 6.1 Correção dos erros sistemáticos

Como exemplo de correção dos erros sistemáticos, vejamos o seguinte exemplo prático:

Na calibração de um paquímetro com um padrão de 10 mm, encontramos as seguintes indicações:

Indicação	$E = I - VVC$	$Ea = I - MI$	$Td = MI - VVC$
10,02	0,02	0,00	0,02
10,02	0,02	0,00	0,02
10,01	0,01	-0,01	0,02
10,02	0,02	0,00	0,02
10,03	0,03	0,01	0,02
10,00	0,00	-0,02	0,02
10,02	0,02	0,00	0,02
10,01	0,01	-0,01	0,02
10,03	0,03	0,01	0,02
10,04	0,04	0,02	0,02
MI = 10,02			

Tendo o conhecimento da tendência (neste ponto de sua faixa de indicação) e da incerteza ( $U = \pm 0,03$  mm - obtido por procedimentos estatísticos não abordados nesta apostila) do paquímetro, podemos corrigir os resultados das medições para as peças com dimensões próximas a 10 mm:

$$\begin{aligned} T_d &= 0,02 \text{ mm} \\ U &= \pm 0,03 \text{ mm} \\ \text{Correção} = C &= - T_d \\ \text{RM} &= ((I \text{ ou } M_I) + C) \pm U \end{aligned}$$

Na medição de uma peça com o mesmo paquímetro e nas mesmas condições da calibração ( $U = \text{cte.}$ ), obteve-se a seguinte média de indicações:  $M_I = 9,99$  mm

$$\begin{aligned} C &= -0,02 \text{ mm} \\ \text{RM} &= (9,99 - 0,02) \pm 0,03 = (9,97 \pm 0,03) \text{ mm} \end{aligned}$$

## 7 INCERTEZA DA MEDIÇÃO ADEQUADA À TOLERÂNCIA DO MENSURANDO

É importante não confundir o intervalo (ou faixa) de tolerância especificada para um determinado componente com a incerteza da sua medição. Se um fabricante deseja que a massa de cada saco de cimento fabricado esteja dentro da tolerância ( $50,0 \pm 1,0$ ) kg, este é o intervalo de tolerância aceitável para cada saco de cimento, isto é, uma faixa de valores aceitáveis.

Com freqüência são especificadas tolerâncias para praticamente qualquer grandeza relevante em um processo ou sistema: as dimensões de uma peça, a temperatura no interior de uma câmara frigorífica, a concentração de uma substância em um processo químico, a tensão elétrica gerada por uma pilha, etc. São limites dentro dos quais deve se situar o parâmetro de interesse, e devem ser levados em conta com rigor no processo de fabricação dessas.

A obediência às tolerâncias é de particular importância quando o produto fabricado integra um sistema composto por outras partes. Se, por exemplo, as dimensões de uma peça estiverem fora do intervalo de tolerâncias, existe forte risco do conjunto da qual esta faz parte não funcionar adequadamente, acarretando inegável desperdício de tempo e material. Ainda pior é a possível redução da qualidade do sistema resultante.

Para determinar se o valor de uma grandeza encontra-se dentro de um intervalo de tolerância é necessário efetuar sua medição. Como exemplo, suponha que a massa do saco de cimento, que deve estar dentro da tolerância de ( $50,0 \pm 1,0$ ) kg, foi medida por uma balança não apropriada e determinou-se como resultado:

$$\text{RM} = (50,8 \pm 0,5) \text{ kg}$$

Neste caso, não é possível afirmar com segurança se a massa deste saco de cimento está ou não dentro da tolerância: o limite superior (51,3 kg) encontra-se fora e o inferior (50,3 kg), dentro. Por este resultado não é possível concluir nada. Isto se dá porque se escolheu um sistema e/ou procedimento de medição inapropriado para o intervalo de tolerância. É necessário que a incerteza da medição não exceda uma certa fração do intervalo de tolerância.

Seja "t" o intervalo (ou faixa) de tolerância desejável para a grandeza mensurável, dado por:

$$t = \text{valor máximo aceitável} - \text{valor mínimo aceitável}$$

Para que seja possível afirmar com níveis de confiança adequados que uma peça está dentro dos limites da tolerância, é necessário obedecer a seguinte inequação:

$$U \leq t/10$$

Um procedimento de medição, usado para decidir se um saco de cimento está dentro da tolerância de ( $50,0 \pm 1,0$ ) kg, ( $t = 2,0$  kg), deve apresentar incerteza de medição não superior a:

$$\begin{aligned} U &\leq \pm 2,0/10 \text{ kg} \\ U &\leq \pm 0,2 \text{ kg} \end{aligned}$$

Ou seja, no máximo  $U = \pm 0,2$  kg. Neste caso, com o exemplo anterior, ficaria claro que um resultado do tipo  $\text{RM} = (50,8 \pm 0,2)$  kg indicaria um saco de cimento dentro da tolerância.

Na indústria, por questões de praticidade e economia de tempo, é desejável efetuar uma única medição, sem compensar a tendência, para decidir se uma peça está ou não dentro da

tolerância. A equação continua válida, mas, neste caso, a incerteza de medição deve ser estimada para estas condições de medição.

Mesmo com os limites estabelecidos pela equação, existem casos onde não é possível afirmar com 100% de segurança que uma peça está ou não dentro do intervalo de tolerância. Ainda no mesmo exemplo, se o RM fosse  $(50,9 \pm 0,2)$  kg, ainda restaria dúvida. Porém, levando em conta que em um processo de fabricação, em condições normais, são poucos os produtos que se aproximam dos limites de tolerância, a probabilidade de aprovar uma peça fora da tolerância ou rejeitar uma peça dentro da tolerância existe, mas é muito pequena. Este é, portanto, um risco calculado. Assim, se a condição dada pela equação é satisfeita, é suficiente, para o usuário, comparar o resultado base da medição com os limites da tolerância: se estiver dentro a peça está boa, do contrário é refugo.

Em casos excepcionais, a equação pode ser modificada para aceitar-se até 1/5 do intervalo de tolerância.

A qualidade de uma medição se avalia pelo nível da incerteza. Porém, nem sempre se deve buscar o “melhor” resultado, com incerteza mínima. Depende da finalidade à qual se destinam tais resultados. Aceita-se incerteza de  $\pm 20$  g em uma balança de uso culinário, porém essa incerteza não pode ser aceita caso deseje-se medir a massa de pepitas de ouro. Medir com incerteza mínima custa caro. À medida que se desejam incertezas cada vez menores, os custos se elevam exponencialmente. A seleção do sistema de medição a empregar é, portanto, uma ação de elevada importância que deve equilibrar as necessidades técnicas com os custos envolvidos.

## 8 EXERCÍCIOS

- 8.1** Após a compra de um voltímetro e de um par de pilhas em um hipermercado, você mediu a tensão elétrica de uma das pilhas repetidamente obtendo as indicações listadas abaixo (todas em V). Determine o erro aleatório para cada indicação.

1,47 1,43 1,40 1,44 0,93 1,48 1,42 1,45 1,46 1,43 1,44

- 8.2** No mesmo dia você foi para um laboratório de metrologia elétrica e solicitou a medição da tensão da mesma pilha por um voltímetro de excelente qualidade metrológica, sendo encontrado o seguinte resultado:  $1,3906 \pm 0,0005$  V. Determine o erro da pilha calibrada e a tendência (Td) do seu voltímetro nas medições do exercício anterior.
- 8.3** Você voltou ao laboratório e solicitou a calibração do seu voltímetro. O certificado de calibração indica que a incerteza do seu voltímetro é de  $U = \pm 0,08$  V. Determine o resultado da medição de sua outra pilha cuja média de indicações foi de 1,51 V.

Obs.: A medição foi realizada nas mesmas condições da calibração.

- 8.4** Para obter a profundidade do rasgo de chaveta (especificação =  $8,0 \pm 0,1$  mm) de um eixo, foi feita uma série de 5 medições utilizando um sistema de medição composto por uma base magnética, um relógio comparador milesimal e um padrão de zeragem.

O resultado obtido foi:

$$MI = 8,034 \text{ mm}$$

Após análise, foi calculada a incerteza de medição do processo de medição:

$$U = \pm 0,048 \text{ mm}$$

O resultado da medição que deverá ser apresentado é:

$$RM = (MI \pm U) \text{ mm} = 8,034 \pm 0,048 \text{ mm}$$

- RM = Resultado da medição;

- MI = média das 5 indicações;
- U = incerteza de medição para 95% de confiabilidade.

Qual é a incerteza adequada para esta medição? O SM apresentado é adequado? Por quê?

**8.5** Nas aplicações abaixo calcule a máxima incerteza admitida para a aplicação e indique se o sistema de medição utilizado esta de acordo com as recomendações ou não.

APLICAÇÃO	$U_{95}$ máxima admitida	SISTEMA DE MEDIÇÃO + INCERTEZA DO PROCESSO UTILIZADO	PARECER OK (O) NÃO OK (NO)
Medir o diâmetro de uma peça → $\varnothing 8 \pm 0,02$ mm		Relógio comparador + base DE = 0,005 mm $U_{95} = \pm 0,01$ mm	
Medir a rugosidade de uma peça → Rz = 10 $\mu$ m		Rugosímetro DE = 0,01 $\mu$ m $U_{95} = \pm 0,03$ $\mu$ m	
Calibrar o rugosímetro anterior.		Padrão de rugosidade Rz = 9 $\mu$ m $U_{95} = \pm 0,005$ $\mu$ m	
Medir a distância entre os centros de dois diâmetros $59 \pm 0,005$ mm		Máquina de medir por coordenadas DE = 0,5 $\mu$ m $U_{95} = \pm (2,1 + L/300)$ $\mu$ m L em mm	

- DE = divisão de escala;
- $U_{95}$  = incerteza de medição para 95% de confiabilidade.